

31.) Beweise die folgenden Sätze für die Kongruenzen

a.) Summenregel

b.) Produktregel

c.) Potenzregel

32.) Bestimme die kleinste natürliche Zahl  $x$ , für die gilt:  $x \equiv 17^2 + 21^2 \pmod{11}$

33.) Bestimme den Rest bei ganzzahliger Division durch 13 von  $6568^{37}$

34.) Bestimme die Einerziffer von  $47^{33}$

35.) Man bestimme die letzten beiden Ziffern von  $647^{55}$

36.) Man beweise die Teilbarkeitsregeln für

a.) 3

b.) 4

c.) 5

d.) 9

e.) 11

f.) 25

37.) Man beweise:  $4^n + 2$  ist immer durch 3 teilbar

38.) Man beweise:  $n^3 - n$  ist immer durch 6 teilbar

39.) Man beweise:  $p+2$ ,  $p+4$ ,  $p+6$  können nie Primzahlen sein für  $p \in \mathbb{P}$

40.) Man zeige: Alle ungeraden Quadratzahlen sind kongruent 1 modulo 8

41.) Man zeige: für jede Primzahl  $p > 2$  gilt:  $p \equiv 1 \pmod{4}$  oder  $p \equiv 3 \pmod{4}$