Besondere Primzahlen

- Fermat´sche Primzahlen

$$2^{2^k}+1$$

- Mersenn´sche (Prim)zahlen

$$2^k-1$$

Ist n eine zusammengesetzte Zahl, so ist auch M_n eine zusammengesetzte Zahl.

Die n-te Mersennezahl ist im Binärsystem eine Zahl mit n Einsen

4.Kongruenzen/Restklassen

Zwei Digitaluhren zeigen nur die Stunden 0 bis 11 an. Man stelle fest, ob sie die gleiche Zeit anzeigen:

3	15		Formel
63h	87h		
112	86		
97	145		
204	56		
285	81		
a	b		

4.1. Definition

- Zwei ganze Zahlen a und b heißen kongruent nach dem Modul m ($m \in N^*$), wenn es eine ganze Zahl g gibt , sodass gilt:

$$\boxed{a - b = g*m}$$

Man schreibt: $\boxed{a \equiv b \pmod m}$

Man spricht: a kongruent b modulo m

$a \equiv b \pmod m$, genau dann, wenn $m \mid (a-b)$

4.2. Rechenregeln

- Additionsregel

  $a \equiv b \pmod m$ und $c \equiv d \pmod m$ dann gilt:

  $$a+c \equiv b+d \pmod m$$

- Subtraktionsregel
- Multiplikationsregel
- Potenzregel

  Wenn $a \equiv b \pmod m$, dann $a^n \equiv b^n \pmod m$

Beweis durch vollständige Induktion

4.3. Äquivalenzrelation

- Transitiv

$a \equiv b \pmod m$ und $b \equiv c \pmod m \rightarrow a \equiv c \pmod m$

- Reflexiv

$a \equiv a \pmod m$

- Symmetrisch

$a \equiv b \pmod m \rightarrow b \equiv a \pmod m$

Dadurch erfolgt eine Klasseneinteilung

4.4.Restklassen

- Die Menge der ganzen Zahlen wird durch die Kongruenzrelation modulo m in m verschiedene Restklassen zerlegt:
- Definition: Unter der Restklasse $\bar{a}$ verstehen wir die Menge aller ganzen Zahlen, die zur Zahl a kongruent sind (bezogen auf den Modul m)

$$\bar{a} = \{x \in Z \mid x \equiv a \pmod m\}$$