

Carolin Dreher

Universität Flensburg

Institut für Mathematik und ihre Didaktik

Sommersemester 2009

Studiengang: BA of Art

Datum: 22.06.2009

Veranstaltung

Fachdidaktik der Geometrie

Tangram und Geobrett

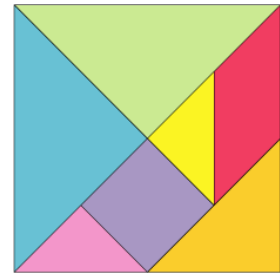
Inhaltsverzeichnis:

1.	Tangram, was ist das? _____	3
2.	Lehrplanbezug _____	3
3.	Lernziele zusammengefasst _____	4
4.	Vorteile des Tangrams für den Unterricht _____	4
5.	Ein Tangram anfertigen _____	5
6.	Aufgaben _____	5
7.	Geobrett, was ist das? _____	8
8.	Handlungsmöglichkeiten am Geobrett _____	8
9.	Förderung der visuellen Wahrnehmung _____	9
9.1.	Visuometrische Koordination _____	9
9.2.	Figur- Grund-Wahrnehmungen _____	9
9.3.	Wahrnehmungskonstanz _____	9
9.4.	Wahrnehmung der Raumlage _____	9
9.5.	Wahrnehmung der räumlichen Beziehung _____	9
10.	Lehrplanbezug _____	10
11.	Lernziele zusammengefasst _____	10
12.	Vorteile des Geobretts im Unterricht _____	10
13.	Nachteile des Geobretts im Unterricht _____	11
14.	Herstellen eines Geobretts _____	12
15.	Aufgaben _____	13
15.1.	Geobrett und Figurenlehre _____	13
15.2.	Geobrett und Flächeninhalt _____	14
15.3.	Geobrett und Umfang _____	15
15.4.	Geobrett und Symmetrie _____	16
16.	Anhang _____	17
17.	Quellenverzeichnis _____	26

1. Tangram, was ist das?

Ein Tangram ist ein altes chinesisches Legespiel, welches vermutlich in dem Zeitraum vom 8. bis 4. Jahrhundert vor Christi entstand.¹

Es setzt sich aus sieben Teilen zusammen, welche auch als tans bezeichnet werden. Diese tans bestehen aus einem Parallelogramm, einem Quadrat, je zwei großen und kleinen Dreiecken und einem mittelgroßen Dreieck. Hinzu kommt, dass sich die tans aus rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreiecken zusammensetzen. Das bedeutet, dass alle tans durch Dreiecke ausgelegt werden können.



Die Aufgabe ist es, aus diesen sieben Teilen, wenn nicht anders aufgeführt, Silhouetten zu legen. Auf diese Weise lassen sich über tausend Darstellungen von Menschen, Tieren, Gegenständen, Symbolen und Buchstaben legen.

Die Ausgangsform ist ein großes Quadrat. Dieses ist nur eines von dreizehn konvexen Figuren. Figuren werden als konvex bezeichnet, „wenn zu je zwei Punkten innerhalb einer Figur auch alle Punkte der Verbindungsstrecke innerhalb der Figur liegen.“²

2. Lehrplanbezug³

Die Verwendung des Tangrams ist im Lehrplan nur in der Gesamtschule in den Klassenstufen sieben und acht zu finden. Das Thema, wo es eingesetzt werden könnte, lautet „Berechnungen an Vierecken“. Dabei geht es darum, den Flächeninhalt von Parallelogrammen, Dreiecken und Trapezen zu berechnen. Dazu sollen die Schüler Formeln durch anschauliches Handeln (Tangram, Parkettierung) herleiten.

Das Tangram kann aber schon in der Grundschule eingesetzt werden. Dort sollen die Klassenstufen eins und zwei geometrische Grundformen erkennen und unterscheiden können. Hinzu kommt, dass sie Figuren nach-, aus- und zerlegen sollen. In der 3. Klasse sollen die Schüler gemeinsame und unterschiedliche Eigenschaften geometrischer Grundformen erkennen und beschreiben. Es wird außerdem erwartet, dass sie ebene Figuren mit Teilfiguren auslegen und eine Grundvorstellung zum Flächenbegriff aufbauen. All dies kann man ausgezeichnet mit dem Tangram realisieren.

¹ Vgl.: Spiel von Ravensburger, Original Chinapuzzle Tangram, Otto Maier Verlag Ravensburg, 1976

² Bernd Riemke, Das Tangrambuch, Grundschulmathematik 12, 2006, S.17

³ Vgl.: <http://lehrplan.lernnetz.de/intranet1/index.php?hv=4&link=4&action=baum>, Stand: 11.06.2009

Da es ein Spiel ist, kann man es hervorragend in den Geometrieunterricht integrieren, um die Schüler zu motivieren, damit sie ein Erfolgserlebnis haben, wenn sie eine Figur richtig gelegt bekommen haben. Es dient dem voneinander lernen, den Schülern, die ein Problem mit einer Figur haben, können sich Hilfe von einem Mitschüler holen. Außerdem kann man die Kreativität der Schüler anregen, indem man sie eigene Figuren entwickeln lässt.

3. Lernziele zusammengefasst ¹

- räumliche Beziehungen erfassen, beschreiben und darstellen
- die geometrische Flächenformen Quadrat, Rechteck, Dreieck und Parallelogramm kennenlernen und Eigenschaften benennen können
- einen Einblick bekommen, welche komplexen Flächenformen man aus geometrischen Figuren legen kann

4. Vorteile des Tangrams für den Unterricht

Das Arbeiten mit dem Tangram im Unterricht geschieht hauptsächlich auf der enaktiven Ebene (handelnde Ebene) und zu einem kleinen Teil auf der ikonischen Ebene. „Begriffe wie Dreieck oder Viereck werden auf der Grundlage von Handlungen gebildet. Soll der Schüler selber Begriffe bilden, so muss er selbst tätig werden. Dies kann er außerordentlich gut mit dem Tangram erreichen“.²

Hinzu kommt, dass das räumliche Vorstellungsvermögen geschult wird. „Räumliches Vorstellungsvermögen umfasst die Fähigkeit, mit zwei- und dreidimensionalen Objekten in der Vorstellung zu operieren.“¹

Das Tangram bietet außerdem noch die Gelegenheit, die Methodenkompetenz und die sprachlichen Möglichkeiten der Kinder zu erweitern.

Ein sehr entscheidender Punkt ist die Kommunikation über Ergebnisse, also das gegenseitige Betrachten und Erläutern gefundener Lösungsideen. Einige Aufgaben besitzen nämlich mehrere Lösungen. Diese Kommunikation wirkt als Gegenreflexion dazu, dass es immer nur eine Lösung gibt.³

Die Aufgabe eines Lehrer ist es, die Schüler entsprechend ihrer Möglichkeiten zu fordern und zu fördern. „Daher empfiehlt es sich, die Schüler anzuhalten, eine bereits gelegte Figur wieder

¹ Bernd Riemke, Das Tangrambuch, Grundschulmathematik 12, 2006, S.17

² Heike Oetterer, Begriffsbildung am Geobrett, Grundschulmagazin 2, 1997, S.34

³ Vgl.: Angelika Möller, Lernen mit Tangram, Mathematik in der Schule 38 (2000)1, S. 10

in ihre Einzelteile zu zerlegen und die gleiche Figur noch einmal zu legen. Diese reversible Aufgabe gewährleistet, dass die Schüler eine Figur nicht zufällig gefunden haben, sondern durch Nachdenken einen Lösungsweg gefunden haben.“¹ Als individuelle Hilfe bietet es sich an, dass der Lehrer zunächst nur einzelne Teilfiguren in die Umrissfigur einzeichnet oder aber eine komplette verkleinerte Lösung zur Verfügung stellt.²

5. Ein Tangram anfertigen³

Das Anfertigen eines Tangrams fordert und fördert Fähigkeiten des sinnerfassenden Lesens und des konzentrierten ausdauernden Arbeitens der Schüler. Zudem vertiefen sie ihr Verständnis für mathematische Begriffe, wie Mittelpunkt, Diagonale, Parallelität, Rechteck, Strecke. Sie vertiefen nicht nur, sondern sie trainieren auch noch die Orientierung im Raum (rechts unten oder links oben).

Im Anhang (Abb. 1) sind zwei Arbeitsblätter zum Thema, wie man ein Tangram anfertigen kann. Jedes dieser Arbeitsblätter fördert unterschiedliche Kompetenzen. Wenn man genügend Zeit hat, sollte man ruhig mit beiden Arbeitsblättern arbeiten. Jedoch kann es auch sinnvoll sein, wenn der Lehrer für eine Klasse oder für einzelne Schüler zwischen den Arbeitsblättern wählt. Hier kommt es erneut zu einer Differenzierung, nämlich der methodischen Differenzierung.

6. Aufgaben

1. Aufgabe:

Lege mit deinen Tangram-Teilen dir bekannte geometrische Formen. Skizziere dann diese Formen und schreibe auf, wie sie heißen.

Hinweis: Du sollst für jede Form alle sieben Teile des Tangrams verwenden.

¹ Bernd Riemke, Das Tangrambuch, Grundschulmathematik 12, 2006, S. 18

² Vgl.: Bernd Riemke, Das Tangrambuch, Grundschulmathematik 12, 2006, S.18

³ Vgl.: Angelika Möller, Lernen mit Tangram, Mathematik in der Schule 38 (2000)1, S. 11-12

Lösung der Schüler:¹

Das Rechteck wurde von den meisten Schülern gelegt. Dieses setzte sich aus zwei gleich großen Quadraten zusammen. (Fig.2) Es ergaben sich schon hier viele Lösungsvarianten. Diese kamen aber nur durch eine andere Lage der beiden Teilquadrate im Rechteck zu Stande.

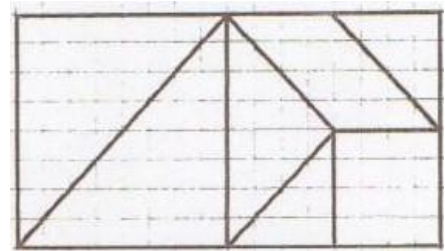


Fig. 2

Florian hat eine andere Variante zum Legen des Rechtecks gefunden. Nach dem Skizzieren zerstörte er sein Rechteck nicht. Er erklärte, dass, wenn er nur eines der großen Dreiecke umlegt, er das Parallelogramm erhält (Fig.3).

Ein anderer Schüler, Marco, war noch pfiffiger. Er konnte in der kurzen Unterrichtszeit die meisten geometrischen Formen legen und skizzieren. Auch Marco erläuterte seinen Lösungsweg: „Ich muss nur immer eines der beiden großen Dreiecke umlegen, dann erhalte ich aus dem Rechteck ein Dreieck, daraus ein Parallelogramm und daraus ein Trapez.“ (Fig. 4)

Florian und Marco haben nicht nur eigene Lösungen gefunden, sondern auch effektive Lösungsstrategien entwickelt. Ihr System bestand darin, nur wenige Teile zu verändern. Viele andere Kinder arbeiteten umständlicher. Nach jedem gelegten Bild zerstörten sie dieses und mussten immer von Neuem beginnen. Die Kinder lernten von den beiden Jungen, indem diese ihre Lösungen mit vorher angefertigten großen Schablonen demonstrierten.

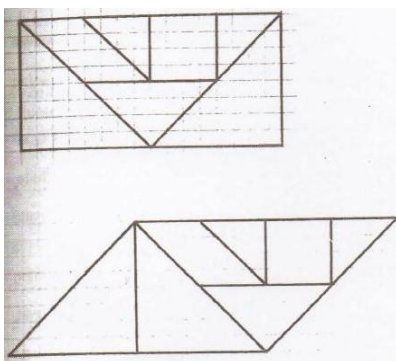


Fig. 3

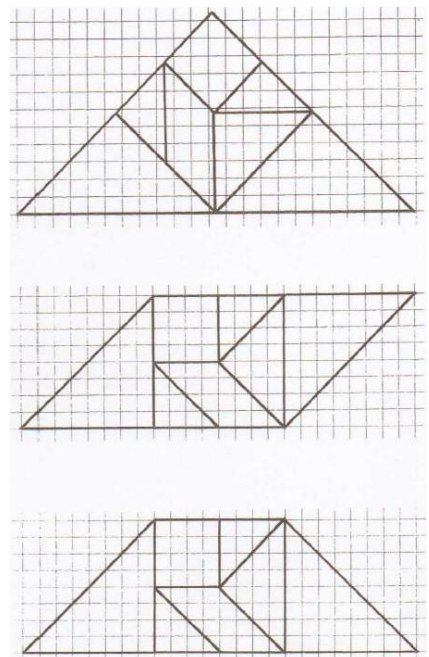


Fig. 4

¹ Vgl.: Angelika Möller, Lernen mit Tangram, Mathematik in der Schule 38 (2000)1, S. 10-11

Aufgabe 2:¹

Legen und Entdecken mit dem Tangram-Spiel

1. Lege mit den Tangram-Teilen Figuren, die du schön findest.
Skizziere diese Figuren so, dass man erkennt, aus welchen Teilen du sie gelegt hast.
Gib den Figuren einen Namen. Lass deine Mitschüler raten, was deine Fantasiefiguren darstellen.
Beispiel: Schildkröte
2. Lege mit den sieben Tangram-Teilen alle geometrischen Formen, die du kennst.
Skizziere diese Formen so, dass zu sehen ist, wie du sie aus den Tangram-Teilen zusammengesetzt hast.
Schreibe auf, wie diese Formen heißen.
Beispiel: Quadrat
3. Vergleiche die von dir gelegten Figuren und geometrischen Formen mit denen deiner Mitschüler.
Was stellst du fest?
4. Was haben alle gelegten geometrischen Formen gemeinsam?

Erläuterung zu den Aufgaben:

Die erste Aufgabe hat eine offene Aufgabenstellung. Die Kinder werden in ihrer Fantasie angeregt und können sich mit ihrem Partner austauschen. Hier können auch Figuren mit weniger Teilen gelegt werden.

Die zweite Aufgabe ist eher geschlossen, denn die Schüler müssen bestimmte geometrische Formen wie Rechteck, Dreieck, Parallelogramm und Trapez legen. Voraussetzung für diese Aufgabe ist es, dass die Kinder eine visuelle Vorstellung von den Figuren und deren Merkmalen haben.

In der nächsten Aufgabe sollen die Schüler erkennen, dass sich die Gestalt einer Form ändert, wenn man ein Tangram-Teil umlegt.

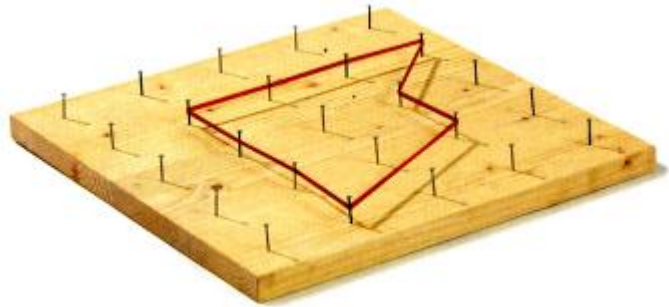
Die Frage in der letzten Aufgabe zielt auf den Flächeninhalt ab. Die Schüler sollen erkennen, dass die gelegten Formen alle den gleichen Flächeninhalt besitzen, denn sie wurden mit den gleichen Teilen gelegt. Diese Aufgabe soll die Einsicht vertiefen, dass es Aufgaben mit mehreren Lösungen in der Mathematik gibt.

Weitere Aufgaben befinden sich im Anhang Abb. 2 und 3. Bei der zweiten Aufgabe kann man versuchen, die Silhouetten mit den Tangram-Teilen zu legen. Viel Spaß dabei!

¹ Vgl.: Angelika Möller, Lernen mit Tangram, Mathematik in der Schule 38 (2000)1, S. 12-13

7. Geobrett, was ist das?

Ein Geobrett ist normalerweise quadratisch und mit Nägeln oder Holzdübeln versehen, auf dem man mit farbigen Gummiringen Figuren spannen kann. Es gibt verschiedene Größen des Geobretts. Das Kleinste ist das 3×3-Brett. Bei diesem Brett steht das



Problemlösen im Vordergrund. Hier ist die Anzahl der Lösungen noch gut zu überblicken. Dies gilt nicht für die größeren 4×4- oder 5×5-Bretter. Auf diesen Brettern kann man dafür mehr Variationen von Figuren spannen. Es eignet sich ausgezeichnet zum Bauen im Unterricht, denn wenn alle das gleiche Geobrett besitzen, dann kann man bei bestimmten Aufgaben, zum Beispiel der Symmetrie, mit einem Partner oder in einer Gruppe arbeiten.¹

Eine andere Form ist das kreisförmige Geobrett. Dieses eignet sich sehr gut zur Einführung der Bruchrechnung. Es können aber auch Dreiecke, Vierecke und n-Ecke auf diesem Geobrett gespannt werden.²

8. Handlungsmöglichkeiten am Geobrett³

Am Geobrett können Übungen zu Flächenformen, zum Flächeninhalt, zum Umfang und zur Symmetrie durchgeführt werden. Der Lehrer hat die Möglichkeit, den Schülern reversible Aufgaben zu stellen. Dies bedeutet, dass nicht nur Objekte nach Eigenschaften untersucht, sondern umgekehrt Objekte mit bestimmten Eigenschaften „konstruiert“ werden können. Durch den Wechsel der Darstellungen, welche zum Einen das Geobrett und zum Anderen das Punktepapier sind, werden Begriffe für den Schüler beweglich. In diesem Zuge erfolgt auch eine Bildung der Begriffe.

¹ Vgl.: Gerald Wittmann, Ebene Geometrie mit Geobrett und Tangram, Mathematik lehren / Heft 119, S.9

² Vgl.: Dr. Werner Nestle, Lernhilfen durch konstruktive Arbeitsmittel, Praxis Schule 5-10, Heft 4/2005, S. 16

³ Vgl.: Heike Oetterer, Begriffsbildung am Geobrett, Grundschulmagazin 2, 1997, S. 34-35

9. Förderung der visuellen Wahrnehmung ¹

9.1. Visuomotorische Koordination

Unter diesem Begriff versteht man das Fördern der Augen und der Hand durch das Spannen der Gummiringe um die Schrauben. Auch Kinder mit feinmotorischen Beeinträchtigungen haben die Möglichkeit zu einer Lösung zu kommen, denn sie können die Figuren spannen, anstatt sie zeichnen zu müssen.

9.2. Figur-Grund-Wahrnehmung

Die Schüler erkennen eine Figur besser, wenn diese hervorgehoben wird. Dies geschieht, indem man ein stärkeres Gummiband nimmt. Hinzu kommt, dass Flüchtigkeitsfehler jederzeit korrigiert werden können und Schüler sich die richtige Gestalt einer Flächenform merken. Außerdem ist dieses Material sehr übersichtlich und es ist einfach, Ordnung zu halten.

9.3. Wahrnehmungskonstanz

Durch eine gleichbleibende Einteilung auf dem Geobrett entstehen konstante Anordnungen. Diese können von den Schülern besser gespeichert werden.

9.4. Wahrnehmung der Raumlage

Dadurch, dass man viele Figuren auf dem Geobrett spannen lässt, ändert sich auch ihre Lagebeziehung. Durch diese Änderungen können Lagebezeichnungen geübt und gefestigt werden.

9.5. Wahrnehmung der räumlichen Beziehung

Schüler können die Aufgabe gestellt bekommen, Figuren von einer Karte auf das Geobrett zu übertragen. Nur durch genaues Beobachten können sie die Figur nachbilden. Genau dies wird hier gefördert.

Hinzu kommt, dass „jedes mathematische Denken ein Denken in Räumen ist. Die Verbindung von Geometrie und Arithmetik ist daher wichtig, um das flexible Denken zu ermöglichen“.¹

¹ Vgl.: Ursula Bugram / Silvia Lukarsch, Handelnd lernen mit dem Geobrett, Schulmagazin 3/2000, S. 23

10. Lehrplanbezug ¹

Im Lehrplan steht explizit nichts über das Geobrett. Trotzdem eignet es sich genauso gut wie das Tangram, geometrische Grundformen zu erkennen und zu unterscheiden. Dies wird in der ersten und zweiten Klasse gefordert. In der dritten Klasse sollen sie gemeinsame und unterschiedliche Eigenschaften von den geometrischen Grundformen erkennen und beschreiben. Hinzu kommt, dass die Schüler Ecken, Kanten, Seiten und Flächen entsprechend der Eigenschaft der Figur benutzen sollen.

Schüler in der vierten Klasse sollen in dem Bereich Geometrie die Begriffe Flächen und Umfang unterscheiden. Das Geobrett kann auch hierfür verwendet werden. Dazu komme ich später in meiner Ausarbeitung.

Das Geobrett kann wie gesagt nicht nur in der Grundschule eingesetzt werden.

In der achten Jahrgangsstufe einer Realschule sollen die Schüler Formeln der Flächeninhalte von Dreiecken, Vierecken und n- Ecken mit Hilfe der Flächenzerlegung erarbeiten. Das Geobrett ist sehr übersichtlich und die Schüler können hier ausprobieren, wie man eine Figur am besten zerlegen kann.

11. Lernziele zusammengefasst ²

- Schüler sollen mit dem Spannen von Figuren vertraut gemacht werden
- Sie sollen gemeinsame Eigenschaften der geometrischen Figuren erkennen
- Schüler sollen die Begriffe Dreieck, Viereck, Fünfeck und so weiter benennen können
- Auch der Umfang und Flächeninhalt von Figuren soll berechnet werden können
- Schüler sollen einen besseren Zugang zur Symmetrie erhalten

12. Vorteile des Geobretts für den Unterricht

Das Geobrett kann in den meisten Themen des Geometrieunterrichts, sowohl in der Grundschule als auch später, eingesetzt werden. Es ist einfach und kostengünstig herzustellen. Die Schüler haben die Möglichkeit, auf der enaktiven Ebene und der ikonischen Ebene zu arbeiten. Der Übergang von diesen zwei Ebenen ist fließend. In der enaktiven Ebene spannt

¹ Vgl.: <http://lehrplan.lernnetz.de/intranet1/index.php?hv=4&link=4&action=baum>, Stand: 11.06.2009

² Vgl.: Horst Steibl, Geo-Brett im Unterricht, Georg Kallmeyer Verlag, Göttingen, 1976, S. 8,19,22

man die Figuren auf dem Geobrett, später kann man dieses Spannen ins Zeichnen auf Punktpapier oder auch Karopapier umwandeln.¹

Dadurch löst sich der Begriff von den konkreten Objekten.

Das Geobrett verdeutlicht dem Schüler, dass eine Strecke die direkte und kürzeste Verbindung zweier Punkte ist. Die Schüler können ihrer Kreativität freien Lauf lassen, indem sie geometrische Formen selbst erzeugen. Durch dieses Erzeugen neuer Formen können die Schüler gleichzeitig noch das Verbalisieren von Operationen (zweiter Nagel von oben) üben. Nicht nur das kreative Handeln wird angeregt, sondern auch noch die Fähigkeit, Probleme zu lösen und Strategien zu entwickeln.² Das Arbeiten am Geobrett ermöglicht zudem offene Aufgabenstellungen. Diese eignen sich besonders für die innere Differenzierung (didaktisch-methodische Maßnahmen). Die Aufgabenstellungen sind offen im Bezug auf die Lösung, die Anzahl der Lösungen und der Lösungsweise.

Ein weiterer Vorteil ist auch die Förderung der visuellen Vorstellung. Dies geschieht durch Aufgaben der Kopfgeometrie, verbunden mit der Kontrolle am Geobrett.³

13. Nachteil des Geobretts im Unterricht ⁴

Ein Nachteil des Geobretts wird ersichtlich, wenn es um Winkel geht. Es lässt sich nicht immer nachweisen, ob es sich um einen rechten Winkel handelt oder nicht.

¹ Vgl.: Peter Welzel, Handelnd mit geometrischen Figuren umgehen, Praxis Schule, Heft 4 /2007, S. 50

² Vgl.: Heike Oetterer, Begriffsbildung am Geobrett, Grundschulmagazin 2/1997, S. 34-35

³ Vgl.: Peter Welzel, Handelnd mit geometrischen Figuren umgehen, Praxis Schule, Heft 4 /2007, S. 50

⁴ Vgl.: Gerald Wittmann, Ebene Geometrie mit Geobrett und Tangram, Mathematik lehren / Heft 119, S.9

14. Herstellen eines Geobretts

Wir bauen uns ein Geobrett

Material:

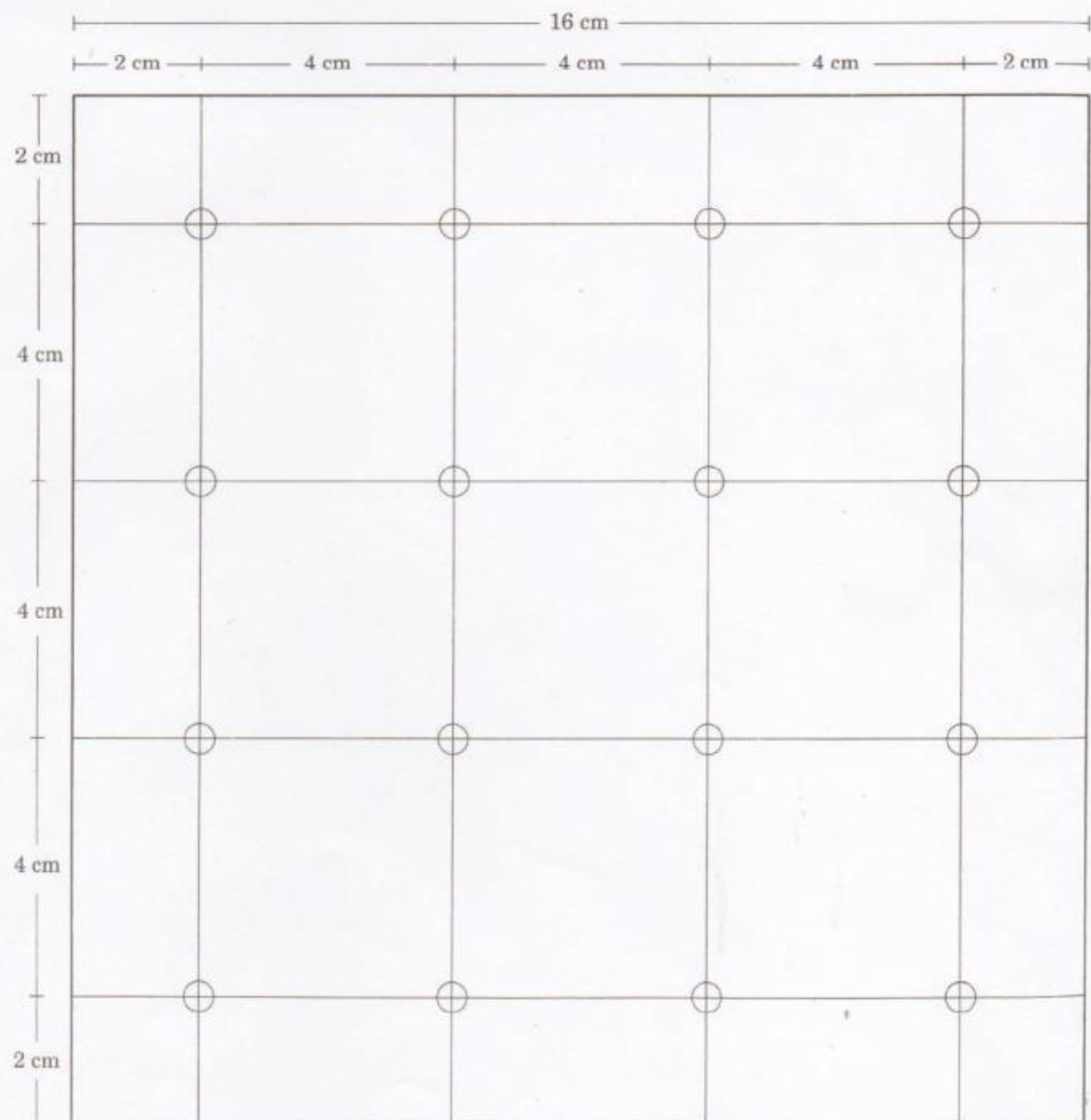
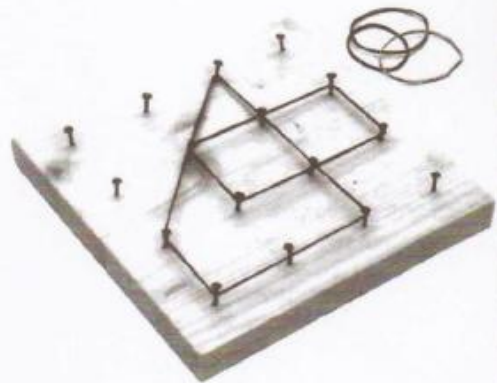
- ein Brettchen (z. B. weiches Fichtenholz) 16 cm × 16 cm, Stärke mindestens 10 mm
- 16 Nägel
- einige Gummiringe

Werkzeug:

ein Hammer

Anleitung:

- Markiere die Position der Nägel auf dem Brettchen. Dazu kannst du die Vorlage auf das Brettchen legen und die Löcher mit einem dünnen Nagel vorstechen.
- Anschließend schlägst du die Nägel vorsichtig dort ein.



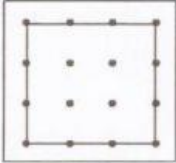
15. Aufgaben

15.1. Geobrett und Figurenlehre ¹

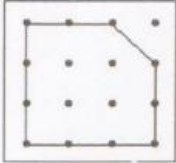
Bei der Figurenlehre sollen die Schüler Eigenschaften, Gemeinsamkeiten, Unterschiede und natürlich auch die Begriffe der Formen lernen.

Dreiecke, Vierecke und Vielecke

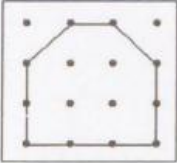
- Spanne zuerst ein großes Quadrat.
 - Verändere dieses Quadrat mehrmals hintereinander so – jeweils mit einem Handgriff –, dass die neue Figur jedes Mal eine Ecke mehr hat.
 - Zeichne diese Figuren auch in dein Heft und schreibe unter jedes Bild den Namen der Figur.




4-Eck




5-Eck





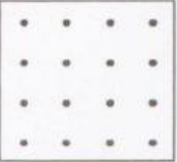


6-Eck













...



- Spanne und zeichne Dreiecke:
 - viele Dreiecke, die alle eine Seite gemeinsam haben,
 - Dreiecke mit einem rechten Winkel,
 - Dreiecke mit zwei gleich langen Seiten,
 - möglichst viele verschiedene Dreiecke.
(Überprüfe anschließend, ob deine Dreiecke auch wirklich voneinander verschieden sind, zum Beispiel durch Drehen des Geobretts.)
- Wie viele verschiedene Quadrate können auf dem 4x4-Geobrett gespannt werden?


- Spanne andere Vierecke.
 - Beschreibe ihre besonderen Eigenschaften. Weißt du ihre Namen?





¹ Vgl.: Peter Welzel, Handelnd mit geometrischen Figuren umgehen, Praxis Schule, Heft 4 /2007, S. 50-51

15.2. Geobrett und Flächeninhalt ¹

Eine Idee der ebenen Geometrie ist die Inhaltsgleichheit ebener Figuren. Die Inhaltsgleichheit von Figuren lässt sich durch das Zerlegen oder Ergänzen experimentell nachprüfen. Die Schüler haben oft Schwierigkeiten mit dem Begriff des Flächeninhalts, denn die ebenen Figuren werden meist als Randfiguren präsentiert. Daher rückt der Rand der Figuren in den Vordergrund. Um die Aufmerksamkeit auf die Fläche zu lenken, empfiehlt es sich, die

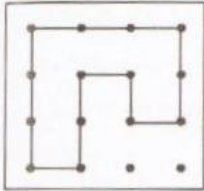
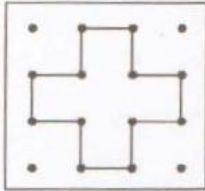
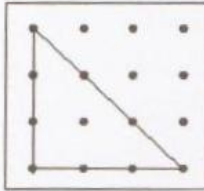
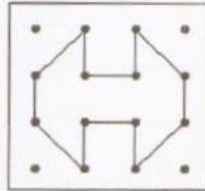
Flächen auf der Zeichnung auszumalen. Anhand

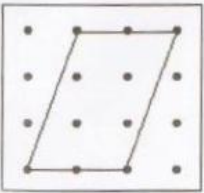
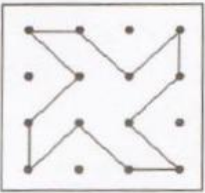
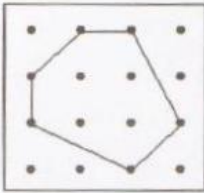
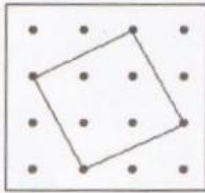
der Aufgabenbögen verinnerlichen sie den Begriff des Flächeninhalts.

Die Angaben, wie groß der Flächeninhalt einer gespannten Figur ist, werden mit der Einheit Nagelquadrat oder Maßquadrat angegeben.

Der Flächeninhalt von Figuren

- Bestimme den Flächeninhalt (Anzahl der Nagelquadrate) der Figuren.
 - Gib unter jeder Figur eine weitere an, die denselben Flächeninhalt besitzt.
 - Färbe alle Flächen.

			
___ Nagelquadrate	___ Nagelquadrate	___ Nagelquadrate	___ Nagelquadrate
- Zerlege sie geschickt und zeichne Hilfslinien ein – dann kannst du den Flächeninhalt bestimmen.
 - Notiere unter jeder Figur das entsprechende Ergebnis.

			
___ Nagelquadrate	___ Nagelquadrate	___ Nagelquadrate	___ Nagelquadrate
- Du spannst eine Figur – wenn du willst, darf die Figur auch kompliziert sein.
 - Dein Partner spannt eine einfachere Figur, die denselben Flächeninhalt besitzt.
 - Anschließend zeichnet ihr beide Figuren in euer Heft. (Dazu zeichnet ihr zuerst das Punktemuster und dann die Figuren, die ihr wieder farbig ausmalt.)
- Dein Partner gibt dir einen bestimmten Flächeninhalt vor (z. B. vier Nagelquadrate). Du spannst nun mehrere Figuren mit diesem Flächeninhalt.
 - Zeichnet auch diese Figuren in euer Heft.

¹ Vgl.: Peter Welzel, Handelnd mit geometrischen Figuren umgehen, Praxis Schule, Heft 4 /2007, S. 51

15.3. Geobrett und Umfang ¹

„Die Schüler lernen den Umfang begreifen, wenn sie einmal den Rand eines Klassenzimmers ablaufen oder den Rand eines Tisches mit der Hand nachfahren.“¹ Anhand des Geobretts können Schüler den Begriff festigen. Der Umfang ist die Länge aller Seiten, die addiert werden müssen. Haben Schüler dies mehrere Male bei einem Rechteck durchgeführt, so kommen sie meist selbst auf die

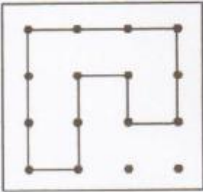
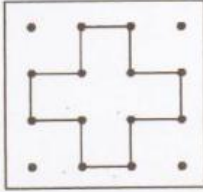
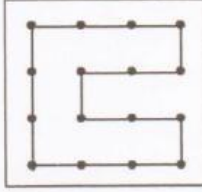
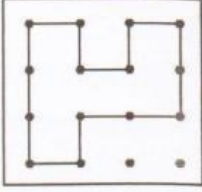
Formel:

$$u = 2(a + b).$$

Die Einheit auf dem Arbeitsblatt sind die Nagellängen.


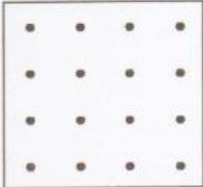
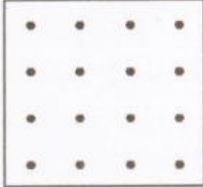

Der Umfang von Figuren

1. a) Bestimme den Umfang (Anzahl der Nagellängen) der Figuren.
- b) Gib unter jeder Figur eine weitere an, die denselben Umfang besitzt.





			
___ Nagellängen	___ Nagellängen	___ Nagellängen	___ Nagellängen

2. Partnerarbeit: Dein Partner gibt dir einen bestimmten Umfang vor (z. B. zehn Nagellängen). Du versuchst nun, mehrere Figuren mit diesem Umfang zu spannen. Findest du auch ein Quadrat oder ein Rechteck mit diesem Umfang? Wann ist das möglich, wann nicht? Zeichne die Figuren ein.

a) Figuren mit ___ Nagellängen:

			
---	---	---	---

b) Figuren mit ___ Nagellängen:

			
---	---	---	---

c) Es gibt Figuren, die zwar denselben Umfang, aber verschiedene Flächeninhalte besitzen. Spanne solche Figuren und zeichne sie ins Heft. Schreibe Umfang und Flächeninhalt dazu.

d) Ebenso gibt es Figuren mit demselben Flächeninhalt, jedoch unterschiedlichem Umfang. Spanne solche Figuren und zeichne sie ins Heft. Schreibe Flächeninhalt und Umfang dazu.

¹ Vgl.: Peter Welzel, Handelnd mit geometrischen Figuren umgehen, Praxis Schule, Heft 4 /2007, S. 51

15.4. Geobrett und Symmetrie ¹

Das Geobrett eignet sich besonders für das selbstständige Erkunden von Symmetrieübungen in der ersten und zweiten Klasse. In Partnerarbeit kann bestimmt werden, an welcher Achse die Figuren gespiegelt werden sollen. In der Abbildung „Spiegelachsen“ sieht man die unterschiedlichen Achsen in einem Geobrett.

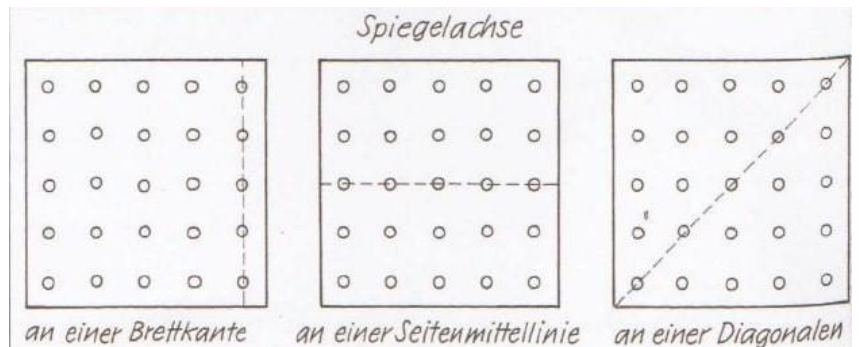


Abb. Spiegelachsen

Die Symmetrieachsen werden mit einem farbigen Gummiring gekennzeichnet. Es bietet sich an, die Lösungen auf einer Karteikarte vorliegen zu haben. So können die Schüler sich selber kontrollieren.

<p>Spanne zuerst auf deinem Geobrett die Spiegelachse am Rand des Brettes, dann die vorgegebene Form.</p> <p>Dein Partner spiegelt anschließend die Form auf seinem Brett (Wo liegt bei ihm die Spiegelachse?).</p> <p>Das Kontrollbild findest du auf der Rückseite!</p>			
<p>Spanne die Spiegelachse in der Mitte einer Seitenlinie und anschließend die vorgegebene Figur.</p> <p>Spiegle auf deinem Brett die Figur in einer anderen Farbe.</p> <p>Das Kontrollbild siehst du auf der Rückseite.</p>			
<p>Spanne die Spiegelachse diagonal und anschließend die vorgegebene Figur.</p> <p>Spiegle die Figur auf deinem Brett in einer anderen Farbe.</p> <p>Das Kontrollbild siehst du auf der Rückseite.</p>			

Weitere Aufgaben zum Flächeninhalt, Umfang und der Symmetrie findet ihr im Anhang.

¹ Vgl.: Ursula Bugram / Silvia Lukarsch, Handelnd lernen mit dem Geobrett, Schulmagazin 3/2000, S. 24

16. Anhang

Abb. 1:

Ein Legespiel falten

- Nimm ein quadratisches Blatt Papier und falte es so, wie die nachfolgende Anleitung beschreibt:
 1. Kennzeichne am Quadrat, welche Seite oben ist.
 2. Falte die rechte untere Ecke auf die linke obere Ecke. Falte wieder auf.
 3. Falte nun die linke untere Ecke auf die rechte obere Ecke. Falte wieder auf.
Du siehst:
Als Faltlinien sind die beiden Diagonalen des Quadrates entstanden.
 4. Falte nun die untere Seite auf die obere Seite. Falte wieder auf.
 5. Falte nun die linke Seite auf die rechte Seite. Falte wieder auf.
Du siehst:
 - Das große Quadrat wird nun durch alle Faltlinien in vier kleine Quadrate unterteilt.
 - Alle Faltlinien haben einen gemeinsamen Punkt, den Mittelpunkt des großen Quadrates.
 6. Falte nun alle Ecken auf diesen Mittelpunkt. Falte wieder auf.

- Nimm einen spitzen Bleistift und zeichne in dem soeben gefalteten Quadrat einige Linien nach, so wie es der folgende Text beschreibt:
 1. Zeichne die Diagonale von oben links nach unten rechts nach.
 2. Markiere den Mittelpunkt der linken Seite des großen Quadrates und den Mittelpunkt der unteren Seite des großen Quadrates. Verbinde diese beiden Punkte.
 3. Markiere den Mittelpunkt des kleinen Quadrates unten rechts. Verbinde diesen Punkt mit dem Mittelpunkt der unteren Seite des großen Quadrates.
 4. Markiere den Mittelpunkt des kleinen Quadrates unten links. Zeichne die Diagonale des großen Quadrates von oben rechts bis zu diesem Punkt.
 5. Kennzeichne den Mittelpunkt des kleinen Quadrates oben links. Verbinde diesen mit dem Mittelpunkt des unteren linken Quadrates.

- Du hast das große Quadrat in sieben Teile zerlegt. Bezeichne diese Teile mit ihren mathematischen Namen.

- Vergleiche die entstandenen sieben geometrischen Figuren und deren Namen mit deinen Mitschülern.

- Klebe das quadratische Blatt auf gleichfarbige Pappe. Die eingezeichneten Linien müssen oben sichtbar sein.

- Schneide entlang der gezeichneten Linien die sieben Figuren aus.

Ein Legespiel zeichnen

- Lies dir die beiden folgenden Beschreibungen gründlich durch und mach dir beim Lesen eine Freihandskizze.

Variante I

1. Zeichne ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 8 cm.
2. Zeichne von der rechten oberen Ecke zur linken unteren Ecke die Diagonale d_1 ein.
3. Kennzeichne den Mittelpunkt der linken Seite des Quadrates mit M_1 und den Mittelpunkt der oberen Seite des Quadrates mit M_0 .
4. Verbinde M_1 mit M_0 .
5. Zeichne von der rechten unteren Ecke bis zur Strecke M_1M_0 die Diagonale d_2 des Quadrates ein.
6. Bezeichne den Schnittpunkt der beiden Linien, d_2 und M_1M_0 , mit S .
7. Zeichne vom Punkt S aus eine Parallele zur unteren Seite des Quadrates bis zur Diagonalen d_1 .
8. Errichte von M_1 aus die Senkrechte auf d_1 .

Variante II

1. Zeichne ein Quadrat mit einer Seitenlänge von 8 cm.
2. Zeichne in das Quadrat alle 2 cm gestrichelte Hilfslinien ein.
Es entsteht ein Raster aus 16 kleinen Quadraten.
3. Zeichne in das große Quadrat die beiden Diagonalen ein.
4. Bezeichne den Schnittpunkt der Diagonalen mit S .
5. Ausgehend von einem Eckpunkt des Quadrates radierst du von einer der Diagonalen $\frac{1}{4}$ wieder weg.
6. Den Punkt, bis zu dem du radiert hast, bezeichnest du mit E .

7. Durch den Punkt E zeichnest du eine Parallele zur vollständig gebliebenen Diagonalen.
8. Bezeichne einen Endpunkt dieser Parallelen mit F .
9. Vom Punkt F aus zeichnest du eine Senkrechte auf die vollständige Diagonale.
10. Den entstehenden Schnittpunkt bezeichnest du mit G .
11. Die nächste Strecke soll nicht durch das Viereck $EFGS$ verlaufen.
Sie beginnt bei E , endet auf der vollständigen Diagonalen und verläuft parallel zu einer Seite des großen Quadrates. Zeichne nun alle nicht gestrichelten Linien fett nach.

- Vergleiche deine beiden Freihandskizzen miteinander.
- Vergleiche mit denen deiner Mitschüler.
- Wähle eine Beschreibung aus und arbeite danach ganz genau mit Zeichengeräten.
- Verwende einen stabilen Zeichenkarton.
- Beim Zeichnen hast du das Quadrat in sieben Teile zerlegt: Es sind fünf Dreiecke, ein Quadrat und ein Parallelogramm.
Schneide so auf den fett gezeichneten Linien entlang, dass du diese Teile erhältst.
- Dein Legespiel heißt *Tangram* und erfreut die Menschen schon seit vielen Hundert Jahren. Viel Spaß bei der Arbeit mit deinem Tangram!

Arbeitsblatt 2

Geschichte der Entstehung des Tangrams:¹

„Ein alter chinesischer Philosoph wollte seinem Mandarin eine wunderschöne quadratische Platte aus poliertem Marmor als Geschenk überreichen. Doch er stolperte am Eingang des Palastes, die Platte fiel zu Boden und zersprang in sieben Stücke. Als er versuchte, die Teile wieder zusammzusetzen, entstanden plötzlich Boote, Brücken, Menschen, Tiere, Lotosblüten und grafische Symbole. So konnte er dem Mandarin ein Präsent ganz besonderer Art darbieten und wurde dafür reich beschenkt.“

Diese Geschichte kann man gut als Einführung für das Thema „Tangram“ nehmen.

¹ Stefanie Köhler, Das Tangram Geschichte – Arten – Didaktische Aspekte – Fallstudie, 1995

Abb. 2:

Legen und Entdecken mit dem Tangram-Spiel (Arbeitsblatt 4)

1. Lege die abgebildeten drei Figuren mit den Tangram-Teilen nach.
Für die Figuren *A* und *B* brauchst du jeweils alle sieben Tangram-Teile.
Die Figur *C* kann nur mit den Teilen von zwei Tangram-Spielen gelegt werden.

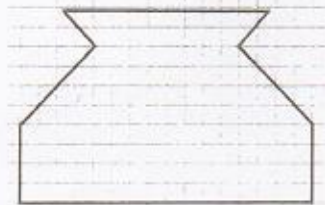


Fig. A



Fig. B

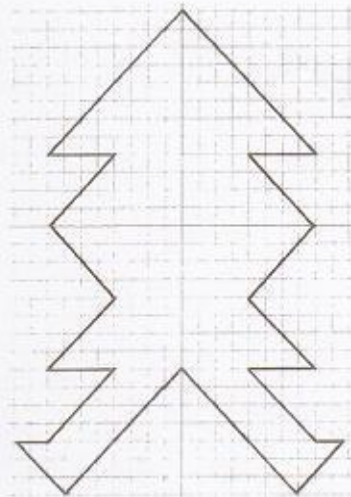


Fig. C

2. Zeichne gleich nach dem Legen in den Abbildungen jeweils die fehlenden Linien ein.
3. Vergleiche die Lösungen mit denen deiner Mitschüler.
4. Erfinde selbst eine Tangram-Figur.
Zeichne ihre Umrisse auf und lege sie deinen Mitschülern zum Aus- bzw. Nachlegen vor.

Auflösung:

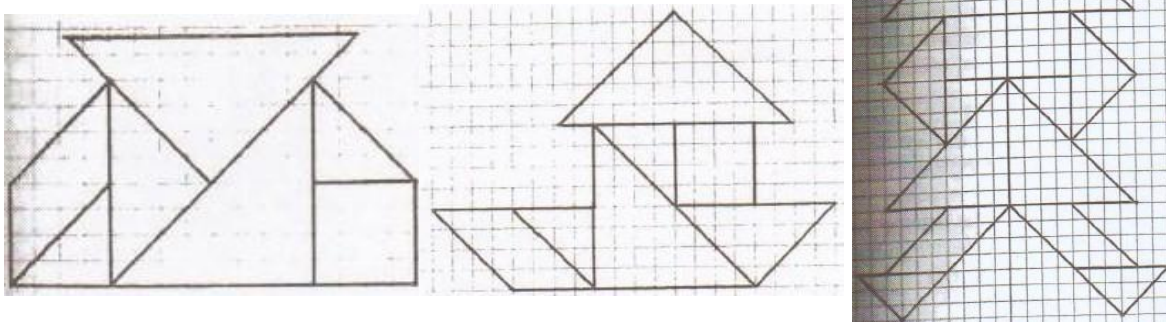
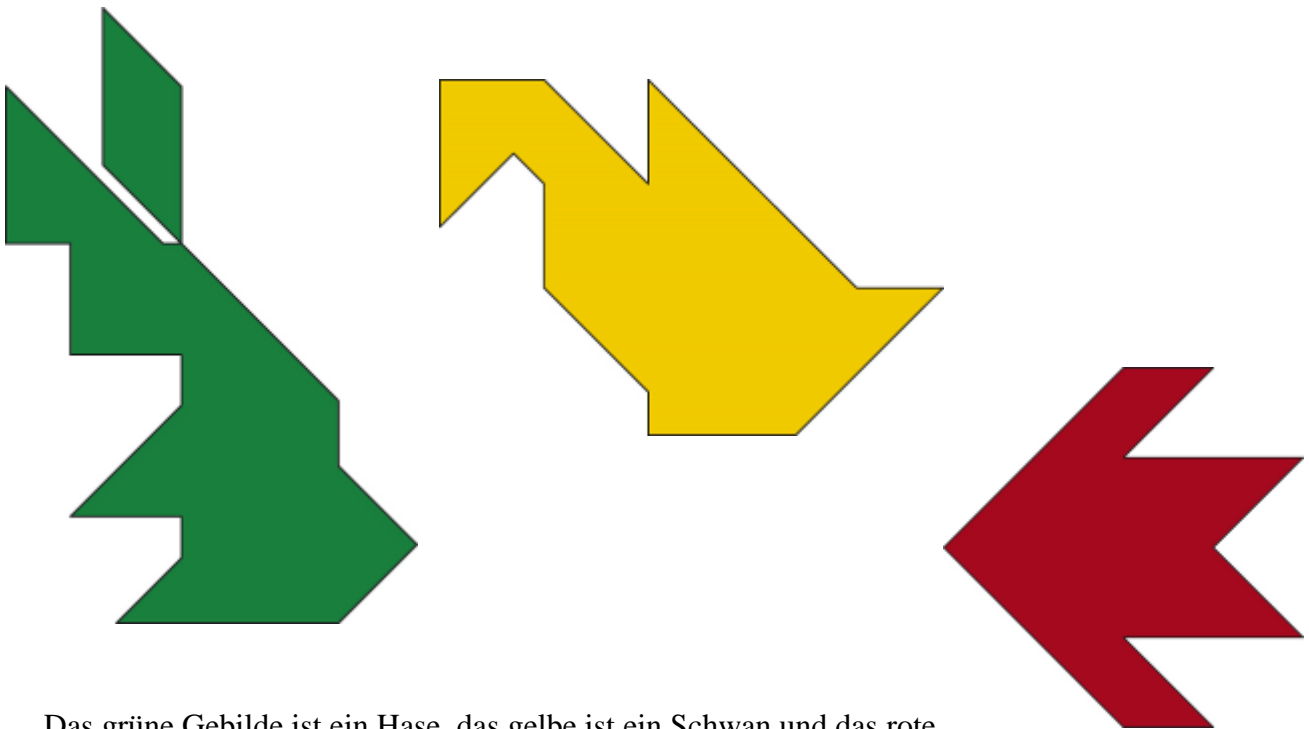
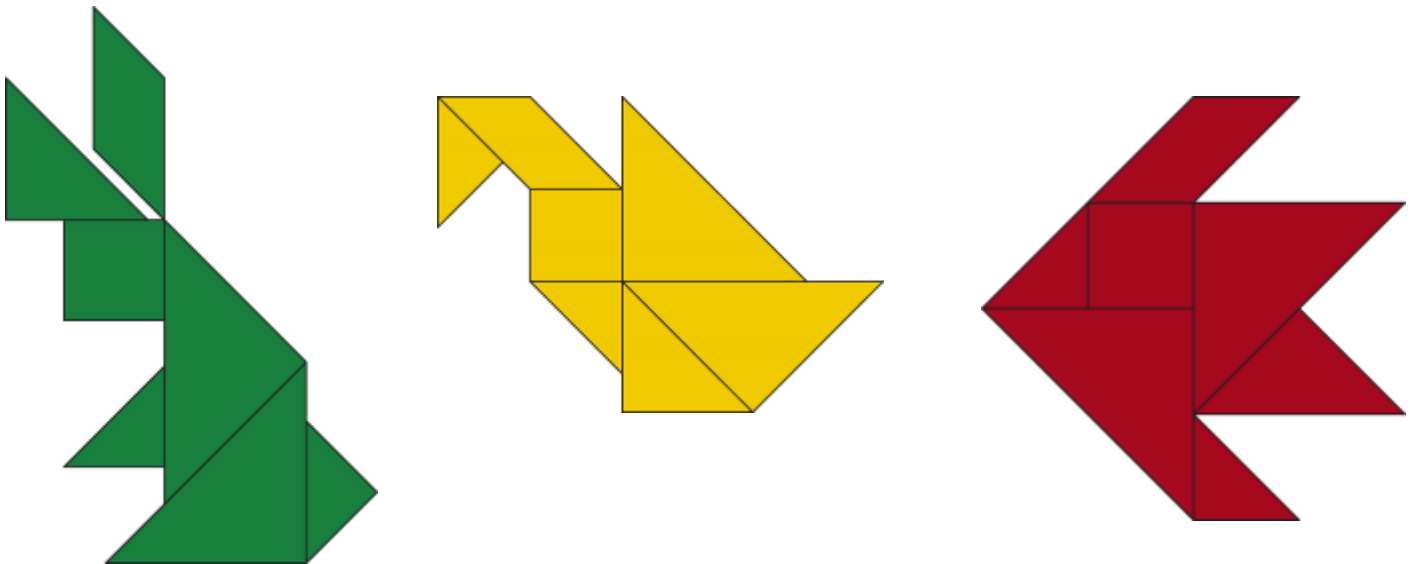


Abb. 3:



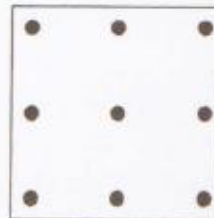
Das grüne Gebilde ist ein Hase, das gelbe ist ein Schwan und das rote soll ein Fisch sein. Die Farben stehen für den Schwierigkeitsgrad: grün – einfach, gelb – mittel und rot – schwierig.

Auflösung:

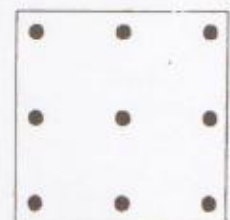
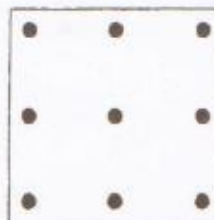
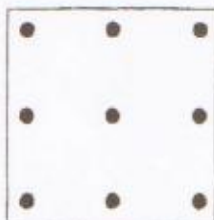
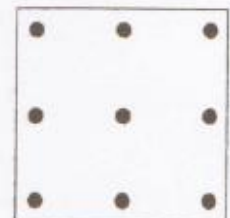
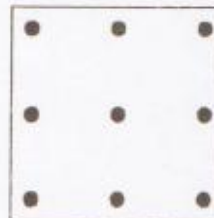
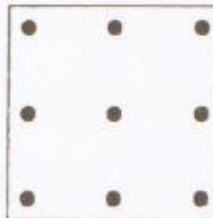


Spannen und Zeichnen

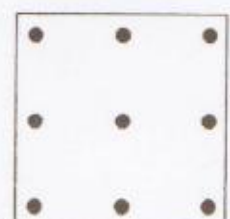
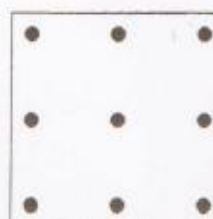
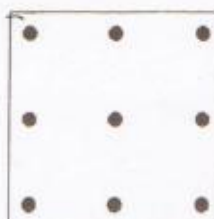
1. Spanne und zeichne weitere Figuren. Male dann die Flächen aus.



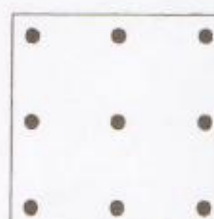
2. Spanne und zeichne verschiedene Dreiecke. Male die Flächen aus.



3. Spanne und zeichne verschiedene Quadrate. Male die Flächen aus.

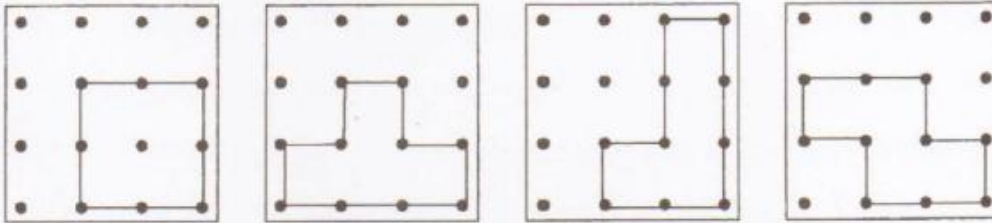


4. Spanne und zeichne verschiedene Vierecke. Male die Flächen aus.




Messen und Vergleichen 1

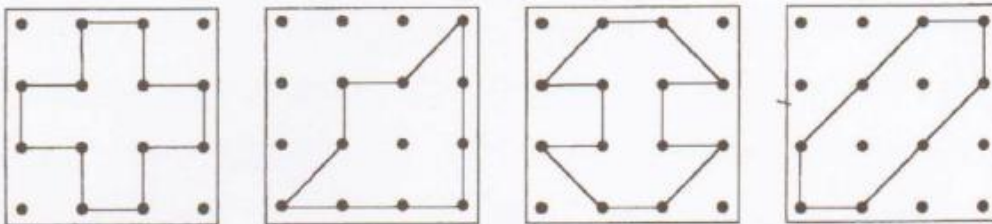
1. a) Uwe betrachtet die Figuren seiner Tischnachbarn.



Er bemerkt: "Die Figuren sind ja alle gleich groß!" Stimmt das? Begründe!

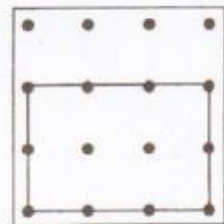
b) Prüfe, wie oft das Quadrat  in jede Figur passt. Zeichne und vergleiche.

2. a) Sind die folgenden Figuren auch alle gleich groß?



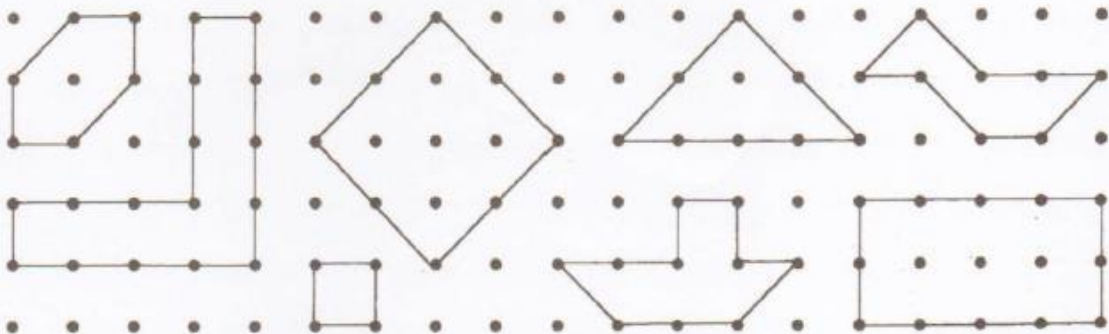
b) Prüfe, wie oft das Dreieck  in jede Figur passt. Zeichne und vergleiche.

3. Das Quadrat, mit dem gemessen wird, heißt Maßquadrat oder Maßeinheit. In die Figur rechts passen 6 Maßquadrate (6 Q). Wir sagen: Die Figur ist 6 Q groß.



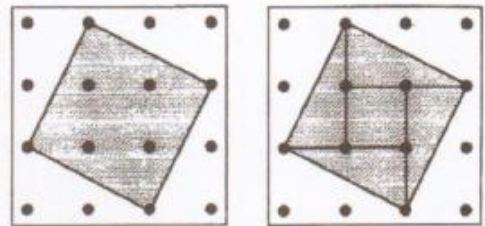
Wählst du als Maßeinheit ein Maßdreieck, so passen in die Figur rechts 12 Maßdreiecke (12 D). Die Figur ist 12 D groß.

Wie groß sind die folgenden Figuren? Benutze als Maßeinheit das Maßdreieck. Notiere das Ergebnis in der Figur. - Kannst du auch das Maßquadrat verwenden?

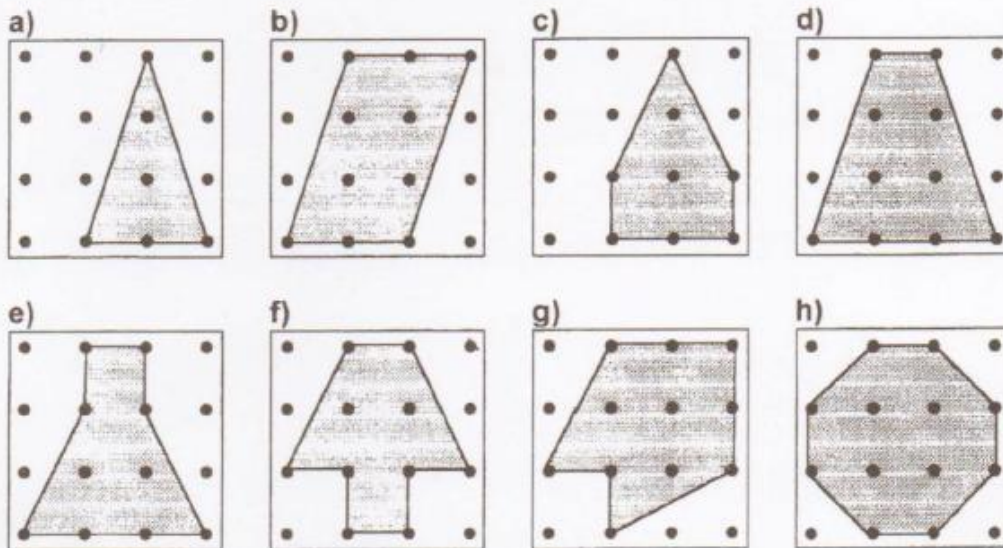


Messen und Vergleichen 3

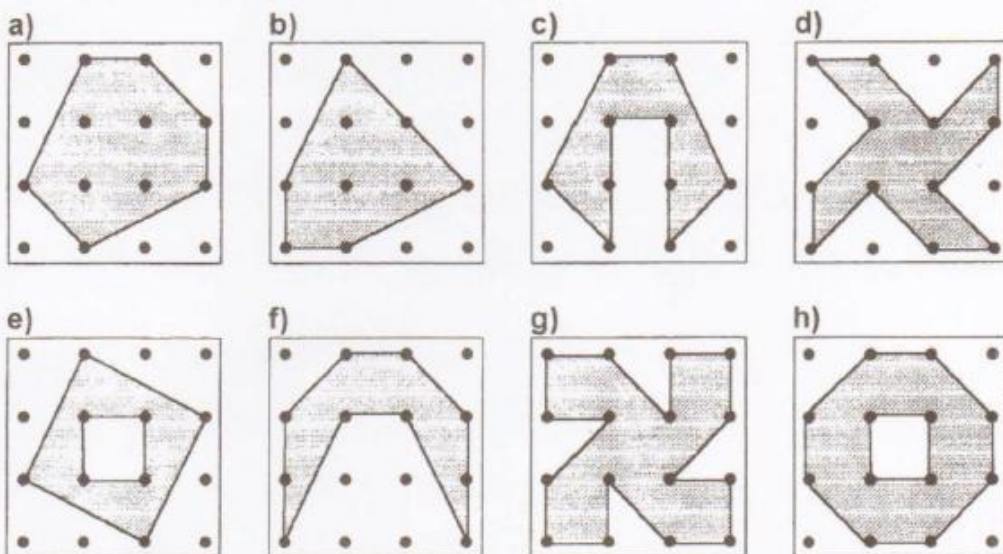
1. Wie groß ist das Quadrat links? Zerlege es geschickt und setze die Teile "in Gedanken" günstiger zusammen. Die Abbildung rechts kann dir helfen.



2. Wie groß sind die Figuren? Zerlege sie geschickt. Dann kannst du mit Maßquadraten messen. Notiere das Ergebnis in der Figur.



3. Wie groß sind die Figuren? Zerlege sie geschickt. Dann kannst du mit Maßquadraten messen. Notiere das Ergebnis in der Figur.



Flächeninhalt und Umfang

Das "Kreuz" in der Mitte ist fünf Maßquadrate (5 Q) groß.

Wir sagen auch:

Der Flächeninhalt der Figur beträgt 5 Q.

Kurz:



Der Rand des "Kreuzes" ist 12 Striche (12 S) lang.

Wir sagen auch:

Der Umfang der Figur beträgt 12 S.

Kurz:

1. Notiere den Flächeninhalt und den Umfang kurz wie im Beispiel oben.

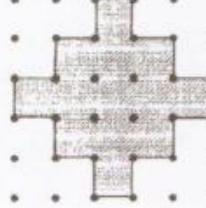
a)



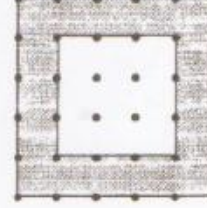
b)



c)



d)



2. Spanne eine Figur zu dem gegebenen Flächeninhalt oder Umfang. Zeichne dann.

a)



b)



c)



d)



3. Spanne eine Figur mit dem gegebenen Flächeninhalt und Umfang. Zeichne dann.

a)



b)



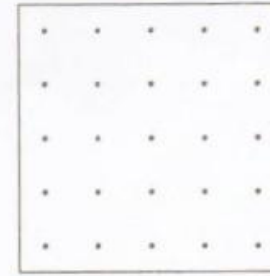
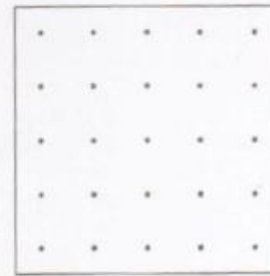
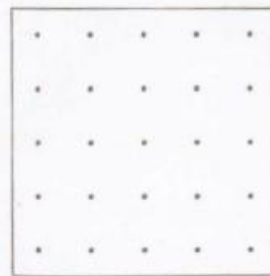
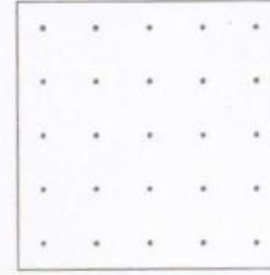
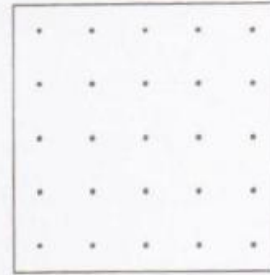
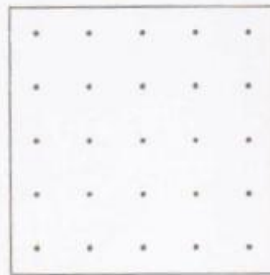
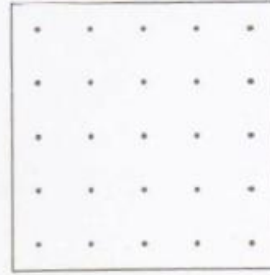
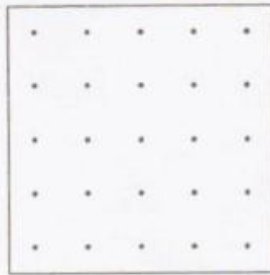
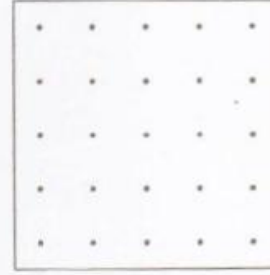
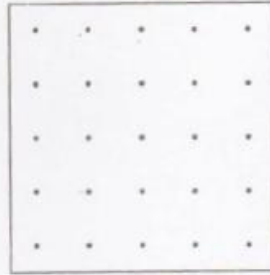
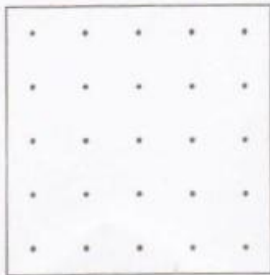
c)



d)



Zeichenfelder für Konstruktionen am quadratischen Geobrett



17. Quellenverzeichnis

Zeitschriften:

1. Bernd Riemke, Das Tangrambuch, Grundschulmathematik 12, 2006
2. Heike Oetterer, Begriffsbildung am Geobrett, Grundschulmagazin 2, 1997
3. Angelika Möller, Lernen mit Tangram, Mathematik in der Schule 38 (2000)1
4. Gerald Wittmann, Ebene Geometrie mit Geobrett und Tangram, Mathematik lehren / Heft 119
5. Dr. Werner Nestle, Lernhilfen durch konstruktive Arbeitsmittel, Praxis Schule 5-10, Heft 4/2005
6. Horst Steibl, Geo-Brett im Unterricht, Georg Kallmeyer Verlag, Göttingen, 1976
7. Peter Welzel, Handelnd mit geometrischen Figuren umgehen, Praxis Schule, Heft 4 /2007
8. Ursula Bugram / Silvia Lukarsch, Handelnd lernen mit dem Geobrett, Schulmagazin 3/2000
9. Stefanie Köhler, Das Tangram Geschichte – Arten – Didaktische Aspekte – Fallstudie, 1995

Spiel:

10. Spiel von Ravensburger, Original Chinapuzzle Tangram, Otto Maier Verlag Ravensburg, 1976

Internet:

11. <http://lehrplan.lernnetz.de/intranet1/index.php?hv=4&link=4&action=baum>,
Stand: 11.06.2009
12. http://www.math.uni-frankfurt.de/~schreibe/pr_wq_tangram/wq_einleitung.htm,
Stand: 11.06.2009
13. http://www.knowledgerush.com/wiki_image/1/17/Tangram_diagram.png,
Stand: 11.06.2009 (Bild vom Tangram)
14. http://bezirksschule-zofingen.ch/userfiles/file/Geobrett_web.jpg, Stand: 11.06.2009 (Bild vom Geobrett)